

解 説

雑音は何を教えてくれるのか？
—メゾスコピック系における量子輸送と雑音—

小林 研介

大阪大学 大学院理学研究科

(受取日：2017年8月12日，受理日：2017年11月10日)

What Does Noise Tell Us?
— Quantum Transport and Noise in Mesoscopic Systems —

Kensuke Kobayashi

Graduate School of Science, Osaka University

(Received Aug. 12, 2017; Accepted Nov. 10, 2017)

In this review, we describe what we can learn from noise in mesoscopic systems. We first introduce noise in electric circuits. Historical importance of noise (or equivalently fluctuation) is stressed especially in terms of the study on the Brownian motion and the fluctuation-dissipation relations. Second we introduce mesoscopic systems, which are very small, typically micrometer- or nanometer- sized, electric circuits made of metals or semiconductors by using nanofabrication technique. The biggest advantage of studying them lies in the fact that we can conduct precise experiments in a scale where quantum physics plays a key role. Finally, we discuss two examples of our noise research in mesoscopic systems, namely the experimental test of the fluctuation theorem and the shot noise in a strongly-correlated system. Our attempts will shed new light on the research field of mesoscopic quantum statistical physics and non-equilibrium quantum many-body physics.

Keywords: mesoscopic systems, noise (fluctuation), fluctuation theorem, Kondo effect



小林 研介
Kensuke Kobayashi
E-mail: kensuke@phys.sci.osaka-u.ac.jp

1. はじめに

皆さんは、「雑音」と聞いて何を思い浮かべられるだろうか。ある人は、ザーという電話の受話器やスピーカーからの雑音を想像されるかもしれない。その人にとって雑音は、「邪魔なもの、できるだけ聞きたくないもの」であることだろう。また実験家であれば、測定データのゆらぎ（ノイズ）を想像するかもしれない。おそらく、実験家は「データがばらついているな。測定を何度も繰り返して、結果を平均化して、きちんとしたデータにしよう。後でエラーバーの評価が必要だな。」と考えるであろう。

実は、私たちは、「メゾスコピック系」と呼ばれる、極小の電子回路における雑音を研究している。「雑音を研究するなんて、物好きだな」と思う方もいらっしゃるだろう（実際に、私はそのように言われたことが何度かある）。しかし、私たちが雑音を研究する理由は、一見、邪魔なものに見える雑音の中に、本質的な情報が含まれているからである。

本稿の目的は、雑音から何を知らることができるのか、お伝えすることである。最初に、電子回路における電流雑音に注目して、雑音とはどのようなものかを説明する。次に、微小な電子回路であるメゾスコピック系についてご紹介する。¹⁾そして、メゾスコピック系における電流雑音の研究として「ゆらぎの定理」の検証実験¹⁻³⁾と近藤効果に関する実験^{4,5)}の二つのトピックスについてお話する。

2. 雑音とは

皆さんが何かの量を測定したとしよう。測定を何度も繰り返すと、その測定値は、ある値を中心としてばらついた値になるだろう。皆さんは、測定結果を平均して得られる「平均値」を「測定値」とするはずである。一般に、雑音（ゆらぎ）とは、このようにして得られる平均値の周りに、測定値がどの程度ばらついているのか、という量、つまり、測定値の「分散」を意味する。重要なことは、そのような雑音は、必ずしも測定装置の能力の限界や実験技術の未熟さに起因するものではない場合がある、ということである。言い換えれば、極めて精度の高い理想的な測定装置を用いて、完璧に実験を行ったとしても、不可避免的に平均値の周りに測定値がばらつく、ということが起こりうるのである。やや直感に反するかもしれないが「ランダムなものを足し合わせたからといって、そのランダムさが相殺され、消え去ってしまうわけではない（平均がゼロであっても分散がゼロになるわけではない）」という事実が本質的に重要である。雑音研究の出発点はこの事実にある。

2.1 電子回路における雑音¹⁾

雑音の代表例として、電子回路における雑音がある。測定したい素子（例えば、抵抗やダイオードなど）を電圧源（電池）につなげて、電圧 V を印加し、素子を流れる電流 I の時間変化 $I(t)$ を電流計でモニターする（Fig.1）。電流計自身は測定誤差を発生しない理想的なものであるとする。もちろん、素子を流れる電流はある平均値 $\langle I \rangle$ を持っているが、それだけではなく、その周りに雑音 $\langle (\delta I)^2 \rangle \equiv \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle$ を持つ（(...)は時間平均を表す）。

このような平均値の周りでの分散を定量的に扱うために、次式で定義される量 $S_I(f)$ を考える（ f は周波数）。

$$S_I(f) \equiv \frac{\langle (\delta I)^2 \rangle_f}{\Delta f} \quad (1)$$

これを電流雑音パワースペクトル密度と呼ぶ。右辺は、 $\langle (\delta I)^2 \rangle$ という時間変化する量について、注目する周波数 f の周りの帯域 Δf あたりの測定量を表す。 $S_I(f)$ の単位は定義式

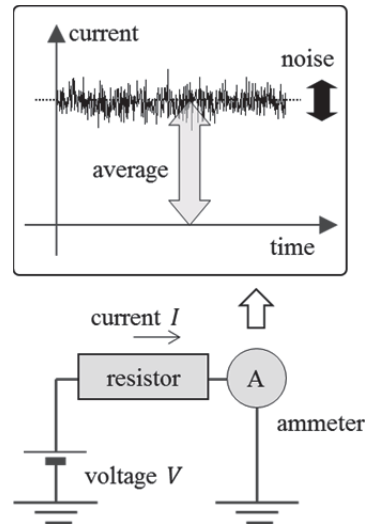


Fig.1 Measurement scheme of the current and the current noise. A constant bias voltage V is applied to a resistor and the electric current I that flows through it is precisely monitored as a function of time by an ammeter. The current usually has a finite noise $\langle (\delta I)^2 \rangle \equiv \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle$ around its averaged value $\langle I \rangle$.

(1)から明らかのように $[A^2/\text{Hz}]$ となる。周波数あたりの量なので、「密度」という呼称がついている。

式(1)の右辺は、時系列データの解析における基本的な量（パワースペクトル密度）であるが、初めてご覧になった方には、少しイメージしにくいかもしれない。直感的な説明になるが、以下のように考えてみると良いだろう。雑音を発するスピーカーと音叉（おんさ）を用意しよう。スピーカーからは、時間的に変化する信号（音） $x(t)$ が発せられている。その音の強度は $(x(t))^2$ である（これが、皆さんの耳には、「ザー」という雑音として聞こえる）。一方、音叉は、特定の共鳴周波数 f を持っている。共鳴の幅を Δf としよう。音叉をスピーカーに近づける。すると、音叉は、音の中に含まれる $f - \Delta f/2$ から $f + \Delta f/2$ 程度の周波数を持つ成分に共鳴して、振動するであろう。その振動の振幅の時間平均が $\langle (x(t))^2 \rangle_f$ という量に比例する。これを測定周波数の帯域幅である Δf で割って規格化した量（すなわち密度） $\langle (x(t))^2 \rangle_f / \Delta f$ が、その音に含まれる周波数 f におけるパワースペクトル密度である。ここで、音叉は、強度を検出すると同時に、周波数フィルタの役割も果たしている。定義式(1)は、 $\langle (\delta I)^2 \rangle$ という電流の雑音強度を、周波数フィルタを通して定量化したものなのである。

ややくどいようであるが、もう少し、定義式(1)の意味を説明したい。物理量を考える際に、単位を考慮することは有用である。例えば、電流とは、ある時間 τ あたりに流れる電荷量 Q 、つまり系を通過する電子の個数 N の平均値 $\langle N \rangle$ に他ならない。 e を素電荷として

$$\langle I \rangle = \frac{\langle Q \rangle}{\tau} = \frac{e \langle N \rangle}{\tau}, [A] = [C/s] \quad (2)$$

となる。一方、電流雑音は $[A^2/\text{Hz}]$ の単位を持つが、これは単位としては $[C^2/s]$ と同値である。つまり、次元という点から考えれば、電流雑音は以下のように表せる。

$$S_I = \frac{2 \langle (\delta Q)^2 \rangle}{\tau} = \frac{2e^2 \langle (\delta N)^2 \rangle}{\tau}, [A^2/\text{Hz}] = [C^2/s] \quad (3)$$

結局、電子の個数の分散を、時間 τ で平均したものに他ならない(式(3)の2という因子は慣習的なもので本質ではない)。電流とその雑音は単位が違うので、当然、別の物理量であり、雑音を測ればそこには電流値とは異なる別の情報があ

るはずである。我々が雑音に注目する所以である。

なお、話が技術的になることを避けるため、本稿では実際の雑音測定の詳細については述べない。文献^{1,20)}を参照していただければ幸いである。

2.2 抵抗における熱雑音¹⁻³⁾

それでは電流雑音からは何が分かるのであろうか。例えば、電圧 V がゼロの時（すなわち素子が平衡状態にある場合）、当然、平均電流値 $\langle I \rangle$ はゼロである。しかし、電流雑音 $\langle (\delta I)^2 \rangle$ はゼロではない。これは導体中に存在する電子の熱的な擾乱に起因している。電子は、導線の中を行ったり来たりして熱的に揺らいでおり、ゼロではない（有限の）電流雑音を生み出しているのだ。このような平衡状態にあるときの電流雑音を熱雑音と呼ぶ。既に述べたように、平均値がゼロであっても、その分散がゼロとは限らないので、分散を測定すること自体に意味が出てくる。熱雑音はその好例である。

1928年にジョンソンとナイキストによって明らかにされた^{6,7)}ように、熱雑音のスペクル密度 S_I は、素子の伝導度 G 、素子の温度 T 、ボルツマン定数 k_B を用いて、

$$S_I = 4k_B T G \quad (4)$$

と表される（周波数によらない）。平衡状態における雑音であるから、それを表す式に温度 T が含まれているのは自然なことである。一方、伝導度 G は、 $I = GV$ という風にオームの法則に対応する量である。つまり、この式は、素子に電圧 V を印加したときに、素子がどのくらい電流を流すことができるか、すなわち、素子の応答を表す係数（伝導度 G ）が、雑音 S_I に比例することを表している。伝導度が大きい素子ほど（抵抗が小さい素子ほど）、小さい電圧で大きな電流を流すことができる。そのことに対応して、伝導度 G が大きい素子は平衡状態における熱雑音 S_I が大きい。

ここで見られたような対応関係、つまり、系の応答が系の平衡状態における雑音（ゆらぎ）に比例しているという関係は、揺動散逸関係として知られる普遍的な事実の一例である。歴史的には、揺動散逸関係は1905年のアインシュタインのブラウン運動の理論において初めて現れた。^{8,9)}アインシュタインは、「果たして分子は実在するのか？あるいは、分子は仮想的な存在なのか？」という当時の大問題に挑むために、溶液中を漂う微粒子の振る舞いについて考察した。微粒子は、沢山の水分子と絶え間なく衝突することによって、溶液中をランダムに運動する。これは、ブラウン運動として知られている（1827年）。アインシュタインは、このブラウン運動を解析することによって、アボガドロ数を導くことができれば、原子・分子の実在を示すことができると考えた。アインシュタインの与えた式は以下である。

$$D = \mu k_B T \quad (5)$$

ここで、 D は、微粒子の拡散係数であり、微粒子のゆらぎを規定する量である。 μ は移動度である。移動度は、外力 F に対して微粒子が速度 $v = \mu F$ を持つことを表すものであり、微粒子の応答を示す。式(4)と式(5)の類似性を見て欲しい。さらに、拡散係数の単位は $[m^2/s]$ であるが、電流雑音 S_I の単位 $[A^2/Hz]$ と良い対応になっていることにも注意して欲しい。

アインシュタインの理論に基づいて、ペランがアボガドロ数の精密な測定を行った（1909年頃）。¹⁰⁾（ボルツマン定数 k_B が求められれば既知の気体定数からアボガドロ数が得られる）。得られたアボガドロ数の値は、当時、それ以外の全く異なる手法で得られていたアボガドロ数と良い一致を示すものであった。このことは、原子・分子が、単なる仮想的な存在ではなく、本質的な意味をもっていることを示すものである。アインシュタインとペランの研究は、

ゆらぎが本質的な情報をもたらすことを示した先駆的な研究である。「原子・分子が実在していること」は、これまでに人類が獲得した科学的知見の中でも最高級に重要なものであり、そのことから彼らの研究の意義を感じて頂けるのではないだろうか（ペランは、この功績によって1926年にノーベル賞を受賞している）。⁹⁻¹¹⁾

なお、ここに述べた揺動散逸関係をもとに、1950年代に日本の久保亮五らを中心として線形応答理論が成立した。¹²⁾これは、現在、久保公式と呼ばれ、日本の物理学界が世界に誇る不朽の業績の一つである。

2.3 ショット雑音^{1,3,13)}

以上は、素子に印加する電圧がゼロ（回路内の正味の電流がゼロ）という熱平衡状態での話であった。次に、素子両端に電位差 V を印加し電流 I が生じている、という非平衡な状況を考えてみよう。簡単のため、Fig.2に示したような、素子の中のポテンシャル障壁を電子が通過する、という状況を考える。このような状況は、実際に、半導体 pn 接合や、金属-絶縁体-金属といったトンネル接合で実現する。このとき、（熱雑音が無視できる低温において）電流雑音 S_I が、

$$S_I = 2e \langle I \rangle \quad (6)$$

となることが知られている（ショットキー、1918年）。 e は素電荷である。 $\langle I \rangle$ と表記しているのは、これが時間平均した電流であることを明確にするためである。

この理由は簡単である。今、障壁に向けて「電子を発射する」という試行を N 回繰り返すとする。障壁を電子が透過する確率を T とする。反射される確率は、当然 $1 - T$ である。電子が障壁を通過する各過程が独立であるとすると、通過する電子数の期待値は NT 、その分散は $NT(1 - T)$ となる（二項分布）。通常の pn 接合やトンネル接合の場合、 $T \ll 1$ であるので、平均値と分散値は等しく NT となる（ポアソン分布）。よって、式(2)と式(3)を比べて、 $S = 2e \langle I \rangle$ となる。電荷の単位 e が明示的に表れていることから分かるように、この電流雑音は、電流を運ぶ実体である電子が「粒（ショット）」であることから生じる雑音なので、ショット雑音と呼ばれる。

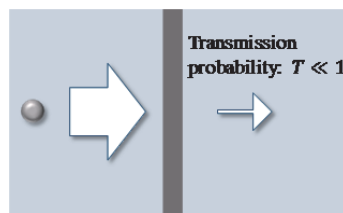


Fig.2 Electron tunneling at the potential barrier. When the transmission probability is much smaller than unity, the tunneling process obeys Poissonian statistics.

ここまで読んでこられた方は、熱雑音やショット雑音を与える式(4)と式(6)の右辺が雑音とは無関係であり、通常の測定で得られることに気づかれたであろう。例えば、ショット雑音は、測定された電流値 $\langle I \rangle$ に e を乗ずればよいだけである。これでは、電流雑音を測定する意味がないではないか、と思われるかもしれない。しかし、現実はそのようではない。上記のショット雑音の説明では、「電子のトンネル過程が互いに独立」であり、かつ「ポアソン過程である」という重要な仮定を置いていた。よく知られているように、しばしば、固体中の電子は、パウリの排他律やクーロン相互作用等によってお互いの存在を強く意識しながら運動している。

したがって、実際に観測されるショット雑音は式(6)とは異なる場合があります。逆にそこから、非自明な電子のダイナミクスを知ることができるのである。後で、近藤効果についての研究を紹介する際に、具体例をお示しする。

式(4)と式(6)を比べれば分かるように、平衡状態と非平衡状態では、系の雑音は質的に全く異なる。このことは、非平衡状態が平衡状態とは全く異なる性質を有していることを端的に表している。雑音を測定することによって、系が非平衡にあることによって生ずるような現象を敏感に捉えることができるのである。

なお、有限温度では、熱雑音(式(4))とショット雑音(式(6))は、以下の式によって

$$S_I = 2e(I) \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \quad (7)$$

という式で滑らかにつながる¹³⁾。 $eV \ll k_B T$ で式(4)、 $eV \gg k_B T$ で式(6)が得られることを確認して欲しい($I = GV$ および $|x| \ll 1$ で $\coth(x) \rightarrow 1/x$ に注意)。

2.4 その他の雑音

電子回路で現れる雑音は、熱雑音とショット雑音だけではない。素子の抵抗のゆらぎに起因するようなテレグラフ雑音や $1/f$ 雑音なども重要である。これらは、熱雑音やショット雑音とは異なり、一般的な取り扱いをすることはできない。その代わり、素子固有の特性や品質を敏感に反映するものであり、特にエレクトロニクスの分野で多くの実用上の研究が行われている。本稿では、これらの雑音については、これ以上触れない。

3. メゾスコピック系¹⁴⁻¹⁶⁾

次に、メゾスコピック系について説明しよう。メゾスコピック系とは、半導体や金属を微細加工して作製される微小な電子回路のことである。「メゾスコピック(mesoscopic)」という言葉には、バルク物質のように巨視的なサイズ(macroscopic)の物質でもなければ、逆に原子レベルのように小さなスケール(microscopic)でもなく、その中間(meso-)の大きさの系を扱う、という意味が込められている。このような系の研究は、1980年代以降、微細加工技術の進展とともに大きく発展してきた。それらの多くは、半導体や金属薄膜を微細加工して作られる数nm~数 μ mのサイズの小さいものである。しかし、それらはいくつかの外部パラメータによって制御できるようにデザインされており、小さな実験室と呼ぶにふさわしい系となっている。その最大の長は、量子力学的効果が本質的であるようなスケールにおいて、制御性の高い実験ができる点にある。そういう点では、メゾスコピック系のことを、「人工量子系」と呼んでも良い。実際に、様々なメゾスコピック系において、電荷・スピン・コヒーレンス・多体効果に基づく多彩な量子現象が観測され、制御されてきた。このような研究は、物性物理学の発展に大きな貢献を果たしている。

メゾスコピック系研究の黎明期である1980-90年代は、単純な金属薄膜、超伝導体薄膜や半導体界面に形成される二次元電子系などが主要な舞台であった。しかし、1990年代半ば以降、カーボンナノチューブを用いた研究が一世を風靡し、さらに2004年以降はグラフェンも加わった。それ以外にも、種々の有機分子やフラレン、ナノウィスカーなどがメゾスコピック系の舞台となっている。また、MEMS(メムス、Micro Electro Mechanical Systems)技術の進展とともに、極小の機械振動子(シリコン基板を切り出して作られることが多い)を、極小の電子回路と組み合わせることによって、力学系-電子系の量子力学的結合系を作る研究も盛んに行われている。近年ではトポロジカル絶縁体と

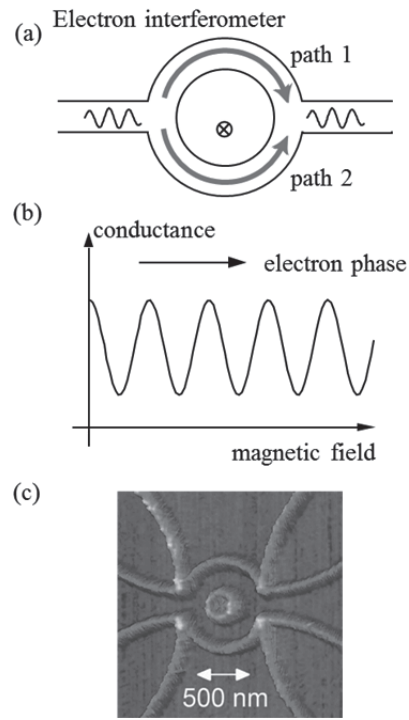


Fig.3 (a) Schematic picture of an electron interferometer (or equivalently, an AB ring). (b) AB oscillation in the conductance through the interferometer. (c) Atomic force microscopy image of the AB ring.¹⁾

して知られる物質群に対する研究も盛んである。現在注目されている量子コンピュータの研究も、この分野から生まれてきたものである。

ここでは、メゾスコピック系の代表例として、電子干渉計と人工原子という、二つの系を少し詳しく説明しよう。¹⁶⁾この二つは、メゾスコピック系の中でも長い歴史を持つもので、最も良く研究されてきた代表選手である。また、後述する電流雑音の研究において、私たちが研究対象としてきた系でもある。

一つ目は、Fig.3(a)に示すようなリング状の電子干渉計である。リング全体にわたって電子の干渉性が保たれるとき、その電気伝導度はリングを貫く磁場に関して周期的に変動する(Fig.3(b))。この振動を、アハラノフ-ボーム(Aharonov-Bohm, AB)振動と呼ぶ。この現象は、電子の波としての性質が劇的に現れる例の一つである。光の波動性を明らかにした実験にヤングの二重スリットの実験があるが、電子干渉計におけるアハラノフ-ボーム振動はその電子版である。なお、このタイプの電子干渉計は、ABリングと呼ばれることが多い。例として、Fig.3(c)に、私たちが測定に用いた電子干渉計の原子間力顕微鏡(AFM)写真を示す。直径は460 nmであり、1 mmの1000分の1にも満たないサイズであることを想像して欲しい。

二つ目の素子は、人工原子(量子ドット)と呼ばれるもので、電子の粒子性があらわになっている系である。その本質は単電子効果と閉じ込め効果の二つにある。Fig.4(a)のように、電子を非常に小さな領域(ドット)に閉じ込めた場合を考えよう。ドットはトンネル障壁を介して外部と導線でつながっている。微小系においては、ドットとその周囲(導線やゲート電極)との間の静電容量 C が非常に小さくなり、低温ではドットに新しく一個の電子を付け加えるのに必要なエネルギー e^2/C が温度のエネルギースケール $k_B T$ に比べて大きくなる。このとき、ドット内の電子数は固定されてしまう。この状態でゲート電圧によってドット

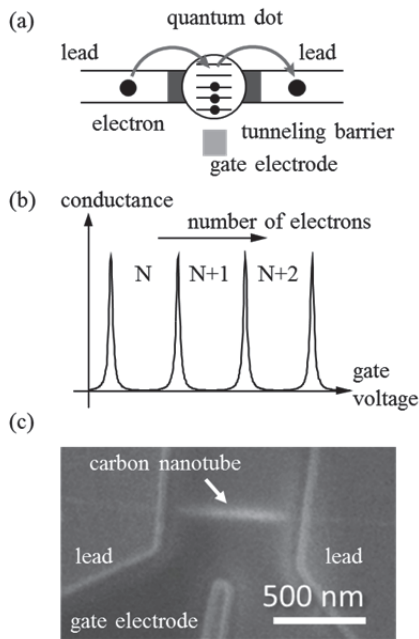


Fig.4 (a) Schematic picture of a quantum dot. (b) Coulomb oscillation in the conductance through the quantum dot. (c) Scanning electron micrograph image of a quantum dot.

トの静電ポテンシャルを変化させると、ドット内の電子数を1個ずつ変化させることができる。さらにこのとき、特定のゲート電圧においてのみ、ドットの準位と導線の化学ポテンシャルが一致し、ドットと導線の間を電子がトンネルできるようになる。この現象を単電子効果と呼ぶ。このようなドットの伝導現象は、ゲート電圧の関数として**Fig.4(b)**のようなクーロン振動として観測される。一方、閉じ込め効果とは、電子を閉じ込めることで、エネルギー準位が離散化するもので、その間隔が温度のエネルギースケール $k_B T$ を上回ると顕著になる。この場合、電子のトンネルはドット内のただ一つの離散準位を介して行われることになる。これは、原子に導線をつなぎ特定の軌道のみを通過する伝導現象を観測することと同じ状況である。これがこの素子を「人工原子」と呼ぶ理由である。**Fig.4(c)**にカーボンナノチューブを用いて作製された人工原子の電子顕微鏡写真を示す。

人工原子においては、そのエネルギー準位に殻構造が現れたり、電子の充填の仕方にもフント則が現れたりするなど、原子物理でよく知られた現象が起こる。しかし、天然の原子とは異なり、人工原子は数値も大きいサイズ(数百 nm)を持つ系であるため、その分、関与するエネルギースケールは原子のもの(数 eV 程度)よりもずっと小さくなる(典型的には meV 程度)。静電的あるいは磁氣的に原子軌道やスピン状態を変化させたり、系を非平衡状態において原子準位の励起スペクトルを測定したりすることなど、原子では簡単には出来ないような制御性の高い実験を行うことができるが、人工原子研究の醍醐味である。近年では、後述するように近藤効果などの電子間相互作用の制御を可能とする系として、あるいは量子コンピュータの基本素子として、人工原子はますます大きな注目を集めている。

4. メゾスコピック系における量子輸送と雑音¹⁾

メゾスコピック系を用いる研究には、以下の3つの利点がある。

- i. 単一の量子状態に対する測定と制御：本質的でない条件を人工的に排除した上で、理論との定量的な比較が

- ii. 高い制御性：人工的にパラメータを調整しながら、望みどおりの効果を発現させることができる。
 - iii. 平衡-非平衡制御：素子に印加するバイアス電圧(あるいはバイアス電流)によって平衡状態から非平衡状態まで連続的に、再現性良く、制御できる。
- これらの特長をもつため、メゾスコピック系は、非平衡量子多体系に対する定量的な実験を行うための理想的な舞台となっている。特に、既に述べたように、非平衡状態における系の特性は電流雑音に明瞭に現れる。であるから、系を流れる電流と電流雑音を精密に調べることによって、非平衡現象を定量的に取り扱うことが可能になるのである。
- 以下では、この事実注目して行ってきた私たちの研究から、二つの例をとりあげよう。「電子干渉計を用いたゆらぎの定理の検証実験」¹⁻³⁾と、「近藤状態にある人工原子における有効電荷の検出」^{4,5)}である。

4.1 電子干渉計を用いたゆらぎの定理の検証実験¹⁻³⁾

さきほど、熱雑音の説明において、揺動散逸関係と線形応答理論について触れた。これは系の応答を調べる際に非常に強力な方法論を与えてくれるが、残念ながら、それが適用できるのは系が平衡状態近傍にある時に限られている。しかしながら、私たちが会おう自然現象の中には、平衡状態ばかりではなく、非平衡状態にあることが本質的であるような現象が数多くある。例えば、化学反応や光-物質相互作用、生命現象はその最たるものである。そこで、その限界を超えて非平衡系をよりよく理解しようという試みが長年行われてきた。その試みの一つの成果が1993年に発表された「ゆらぎの定理」である。¹⁷⁾

熱浴(reservoir)に接続された微小な系(system)を考えよう。両者の間には粒子や熱のやりとりがあるため、それぞれのエントロピーは時間とともに変化していく。もちろん、熱力学第2法則があるため、系全体(熱浴+微小系)のエントロピーは減ることはない。しかし、微小系におけるエントロピーはゆらぐであろう。そこで、微小系におけるエントロピーの生成率を考えよう(**Fig.5**)。ゆらぎの定理は、時間 t の間のエントロピー生成率の平均 σ_t を考えると、エントロピーが A だけ増大する確率と A だけ減少する確率との間に

$$\frac{P(\sigma_t = A)}{P(\sigma_t = -A)} = e^{At} \tag{8}$$

が成り立つことを主張する。この式によれば、長時間(大きな t)においては、右辺が大きいために、エントロピーが増大する確率(左辺の分子)が非常に大きいことが分かる。すなわち、この式は熱力学第二法則を定量的に記述する。さらに、この式から揺動散逸関係やオンサーガー-カシミール相反性などの線形応答理論の根幹をなす関係式を再現できるため、ゆらぎの定理は、統計力学における新しい指導原理として、熱心に研究されてきた。

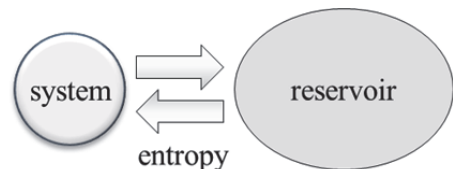


Fig.5 Schematic picture of fluctuation theorem.

実験的には、ゆらぎの定理は、流体中の粒子の運動や、RNA分子などを観測することによって検証されてきた。¹²⁾これらは古典力学が支配する系(古典系)における実験である。これに対して、私たちは、量子力学が支配する系(量

子系)においてゆらぎの定理を初めて検証した。¹⁸⁻²⁰⁾ この研究について以下に簡単に紹介する。

通常、素子に電圧 V を印加した際に電流 I が生じる場合、その電流電圧特性は以下のように V の多項式として書き表すことができる。

$$\langle I \rangle = G_1 V + \frac{1}{2!} G_2 V^2 + \frac{1}{3!} G_3 V^3 + \dots \quad (9)$$

ここで、 G_1 は伝導度(式(4)で G と表していた量と同じ)であり、第一項はオームの法則を表す。つまり素子電流 I が G_1 だけで記述されるとき、通常の線形応答理論が適用できる。しかし、印加電圧 V が大きいくとき、系は非平衡状態になり、線形応答を示さなくなる(バネを伸ばしていくとフックの法則からのずれが見えてくるのと同じである)。その場合、電流には V の高次の成分が現れ、それらは応答係数 G_2, G_3 などによって特徴付けられる。

次に、電流雑音 S_I を考えてみる。上の議論と同様に、電流雑音も印加電圧 V の多項式によって表すことができる。

$$S_I = S_0 + S_1 V + \frac{1}{2!} S_2 V^2 + \dots \quad (10)$$

ここで、 S_0 は熱雑音である。式(4)に述べたように、 $S_0 = 4k_B T G_1$ (11) が成立する(揺動散逸関係)。

ここで次の疑問が浮かぶ。式(9)と式(10)の第一項の係数同士には明白な相関関係(式(11))があるが、より高次の項についてはどうであろうか、という疑問である。ここで先ほどのゆらぎの定理が登場する。近年の理論²¹⁾によれば、ゆらぎの定理を用いると、

$$S_1 = 2k_B T G_2 \quad (12)$$

が成立することが示される。この関係式は、非線形非平衡状態に対するものであり、既知の揺動散逸関係を超越する新しい「非平衡ゆらぎ関係式」である。私たちの実験では、この関係式を実証することを目指した。

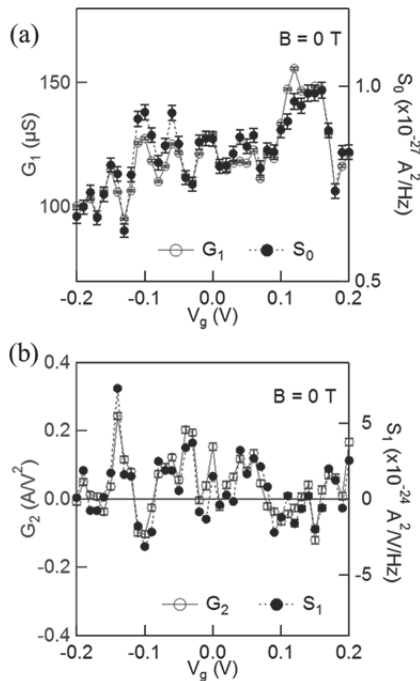


Fig.6 (a) Measured G_1 and S_0 as a function of the gate voltage V_g . In the equilibrium, the fluctuation-dissipation relation $S_0 \propto G_1$ holds. (b) Measured G_2 and S_1 as a function of V_g in the non-equilibrium non-linear regime. Non-trivial relation $S_1 \propto G_2$ holds which implies the validity of the fluctuation theorem.¹⁸⁻²⁰⁾

用いた試料は、先程 **Fig.3(c)**に示した、半導体二次元電子系上に作製した極小の電子干渉計(直径 460 nm)である。この素子の電子状態は、磁場やゲート電圧の印加によって制御することができる。実際にこの素子では、アハラノフ-ボーム振動を観測することができ、素子が量子系であることを確認できる。

まず平衡状態($V = 0$)の時の結果を見てみよう。**Fig.6(a)**にゲート電圧を変化させた時の伝導度 G_1 と熱雑音 S_0 の変化を示す。揺動散逸関係の教えるとおり、 G_1 と S_0 は比例している。次に、非平衡成分を見てみよう。電流電圧特性から G_2 を求めることができる。また、電流雑音の電圧依存性から S_1 を求めることができる。その二つの量のゲート電圧依存性を**Fig.6(b)**に示す。二つの量の間には明白な比例関係があることが分かる。この関係は、前述した「ゆらぎの定理」から予想される振る舞いに合致しており、線形応答理論を超える新しい非平衡ゆらぎ関係式を実証したことになる。

注意深い読者の皆さんの中には、「平衡から非平衡までを含めた電流雑音の振る舞いは、式(7)で説明されるのではなかったか」と思われる方もいらっしゃるかもしれない。式(7)は自由電子モデルで得られた式であり、電子間の相互作用は入っていない。一方、実際には、系を非平衡にすると、そのことによって平衡状態では見られなかったような多体効果が出現する(実験でも観測される)。したがって、非平衡量子多体効果が生じている微小な回路において、ゆらぎの定理を検証できたことの意義は大きい。

4.2 近藤状態にある人工原子における有効電荷の検出^{4,5)}

近藤効果は、1960年代に解明された量子多体効果である。^{22,23)} 具体的には、微量な磁性不純物を含む金属において、不純物のスピンを伝導電子のスピンが遮蔽することにより、「近藤一重項」と呼ばれる特異な量子状態が形成され、低温での電気抵抗が増大する、という現象である。近藤効果は量子多体効果の典型例であり、強相関電子系(重い電子系や高温超伝導等)の研究などにおいて半世紀にわたって数多くの研究が行われてきた。理論的には、近藤状態は「局所フェルミ液体」として記述されることが確立しており、近藤状態の振る舞いを研究することは、強い電子相関に支配される量子液体を研究することでもある。

これまでの多くの実験的研究においては、巨視的な試料を用いて、多数のスピンに関わる集団平均を相手とする方法がとられてきた。しかしながら、1999年、人工原子における単一サイトの近藤効果の制御が報告され、実験手法に新展開がもたらされた。²⁴⁻²⁷⁾ そのような系においては、近藤温度・スピン状態・軌道状態・ゼーマン分裂・平衡-非平衡状態など、近藤効果に関するあらゆるパラメータを制御できる。したがって、人工原子における近藤効果は、非平衡状態も含む量子多体系/量子液体についての理論を、理論に忠実な形で検証できる理想的な研究対象である。

我々は、2011年、近藤状態における非平衡電流ゆらぎについて、半導体二次元電子系に作製した人工原子を用いた研究を行った。²⁸⁾ さらに、最近、我々はその研究を進展させ、**Fig.4(c)**に示したカーボンナノチューブを用いて作製した人工原子における近藤効果の研究を行った。^{29,30)} その結果、近藤状態のショット雑音について、式(6)のような $S_I = 2e\langle I \rangle$ ではなく、

$$S_I = 2(1.7 \pm 0.1)e\langle I \rangle \quad (13)$$

が成立していることを実験的に見出した。ここで得られた $e^* \equiv (1.7 \pm 0.1)e$ を有効電荷と呼ぶ。この有効電荷の値は、伝導に関わる電子の個数を表していると考えて良い。通常のトンネル効果であれば、 $S_I = 2e\langle I \rangle$ であるから、 $e^* = e$ 、すなわち、電子が単純に一個トンネルしていることを表す。また、超伝導体-常伝導体接合の場合には、クーパ対が

伝導に参与するため、 $e^* = 2e$ となること、理論的にも実験的にも確立している。近藤状態に対して得られた $e^* \equiv (1.7 \pm 0.1)e$ という結果は、(近藤状態が強い電子相関に基づく量子液体であることを反映して) 近藤状態に電子を衝突させると、確率的に、電子が一つ、あるいは、二つ跳ね返ってくる場合があることを表す。さらに、この有効電荷 e^* の値はフェルミ液体論を非平衡に拡張した理論の予想と定量的に一致することが示される。^{29,30)} このことは、非平衡強相関量子液体に対して、理論を定量的に検証するレベルでの精密な実験的研究が可能であることを意味する。

5. まとめ

本稿では、雑音がどのようなものであるか、そこから何が分かるかを説明してきた。本稿でお話してきた雑音(熱雑音とショット雑音)は、周波数 f が非常に小さい極限における雑音である(周波数 f が温度 $k_B T$ またはバイアス電圧 eV のスケールよりも十分に小さい、つまり $hf \ll k_B T$ または $hf \ll eV$)。本稿では触れなかったが、これ以外にも、量子ゆらぎ(いわゆるゼロ点振動)に起因する量子雑音もある。この雑音は、 $k_B T/h$ (h : プランク定数) より高い周波数で観測され、周波数に依存する。最近、メゾスコピック系の分野において、このような高周波の雑音についての研究も行われるようになってきた。通常の伝導度測定は平均化された量(つまり周波数 $f = 0$ の量)を相手にしている。しかし、測定の対象を有限の周波数領域(0 に比べると広大!)に拡大すれば、そこにはさらに様々な情報が埋もれているはずである。このような量を研究することによって、電子系のダイナミクスを解明し、非平衡物理学・量子輸送・量子効果制御の研究に幅広く貢献していきたいと我々は考えている。

ブラウン運動の研究に見られるように、実は、雑音は長い歴史を持つ面白い研究対象なのである。本稿をお読みくださった読者の皆さんが「雑音研究って、意外に面白くて奥が深いんだな」と感じていただければ幸いである。

謝 辞

本稿で述べた研究成果については、多くの方との共同研究によるものです。特に以下の方々には深く御礼申し上げます(所属は当時): 荒川智紀, 秦徳郎, 藤原亮(阪大理物), M. Ferrier, R. Delagrangé, R. Deblock, R. Weil (パリ南大-CNRS), 阪野壘(東大物性研), 寺谷義道, 小栗章(大阪市大), 中村秀司, 山内祥晃, 橋坂昌幸, 知田健作, 西原禎孝, 小野輝男(京大化研), 内海裕洋(三重大), 齊藤圭司(慶応大), R. Leturcq, K. Ensslin (スイス連邦工科大), A. C. Gossard (Univ. California, Santa Barbara)。

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(S) (JP26220711), 文部科学省科学研究費補助金新学術領域研究「ゆらぎと構造」(JP25103003) および「トポ物質科学」(JP15H05854), 矢崎科学技術振興記念財団の補助を受けて行われました。

文 献

- 1) 小林研介, 固体物理 **46**, 519-533 (2011).
- 2) 小林研介, 数理科学 **600**, 7-13 (2013).
- 3) 小林研介, パリティ **29**, 5, 44-49 (2014).
- 4) 阪野壘, 小栗章, 小林研介, 固体物理 **47**, 475-485 (2012).
- 5) 小林研介, パリティ **32**, 11, 16-21 (2017).
- 6) J. B. Johnson, *Phys. Rev.* **32**, 97-109 (1928).
- 7) H. Nyquist, *Phys. Rev.* **32**, 110-113 (1928).
- 8) A. Einstein, *Ann. Phys.* **322**, 549-560 (1905).

- 9) A. Pais, "Sutle is the Lord...; *The Science and the Life of Albert Einstein*" (Oxford University Press, 1982). アブラハム・パイス, 西島和彦監訳: 「神は老獺にして..., アインシュタインの人と学問」(産業図書, 1987).
- 10) J. Perrin, *Brownian Movement and Molecular Reality* (Taylor and Francis, London) (1910).
- 11) アインシュタインは1921年にノーベル賞を「理論物理学に対する貢献, 特に光電効果の法則の発見」で得た。しかし当時, 彼は, ブラウン運動の理論, 相対論, 比熱の理論(アインシュタインモデル)等, それ以外の複数の業績によってもノーベル賞に推薦されていたことが文献⁹⁾の30章に述べられている。
- 12) 日本物理学会誌 2008年10月号「特集: 線形応答理論から50年—非線形・非平衡の物理学」
- 13) Y. M. Blanter and M. Büttiker, *Physics Reports* **336**, 1-166 (2000).
- 14) 川畑有郷, 「メゾスコピック系の物理学」(培風館, 1997).
- 15) 勝本信吾, 「メゾスコピック系」(朝倉書店, 2003).
- 16) 小林研介, 相川恒, 勝本信吾, 家泰弘, 固体物理 **38**, 29-40 (2003).
- 17) D. J. Evans, E. G. Cohen, and G. P. Morriss, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2401-2404 (1993).
- 18) S. Nakamura, Y. Yamauchi, M. Hashisaka, K. Chida, K. Kobayashi, T. Ono, R. Leturcq, K. Ensslin, K. Saito, Y. Utsumi, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 080602 (2010).
- 19) S. Nakamura, Y. Yamauchi, M. Hashisaka, K. Chida, K. Kobayashi, T. Ono, R. Leturcq, K. Ensslin, K. Saito, Y. Utsumi, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. B* **83**, 155431 (2011).
- 20) K. Kobayashi, *Proceedings of the Japan Academy, Series B* **92**, 204-221 (2016).
- 21) K. Saito and Y. Utsumi, *Phys. Rev. B* **78**, 115429 (2008).
- 22) J. Kondo, *Prog. Theor. Phys.* **32**, 37-49 (1964).
- 23) 芳田奎, 「磁性」(岩波, 1991).
- 24) D. Goldhaber-Gordon, H. Shtrikman, D. Mahalu, D. Abusch-Magder, U. Meirav, and M. A. Kastner, *Nature* (London) **391**, 156-159 (1998).
- 25) S. M. Cronenwett, T. H. Oosterkamp, and L. P. Kouwenhoven, *Science* **281**, 540-544 (1998).
- 26) J. Schmid, J. Weis, K. Eberl, and K. v. Klitzing, *Phys. B Condens. Matter* **256-258**, 182-185 (1998).
- 27) 樽茶清悟, 佐々木智, W. van der Wiel, 日本物理学会誌 **60**, 110-118 (2005).
- 28) Y. Yamauchi, K. Sekiguchi, K. Chida, T. Arakawa, S. Nakamura, K. Kobayashi, T. Ono, T. Fujii, and R. Sakano, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 176601 (2011).
- 29) M. Ferrier, T. Arakawa, T. Hata, R. Fujiwara, R. Delagrangé, R. Weil, R. Deblock, R. Sakano, A. Oguri, and K. Kobayashi, *Nature Phys.* **12**, 230-235 (2016).
- 30) M. Ferrier, T. Arakawa, T. Hata, R. Fujiwara, R. Delagrangé, R. Deblock, Y. Teratani, R. Sakano, A. Oguri, and K. Kobayashi, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 196803 (2017).